

---

031610

**DIY**

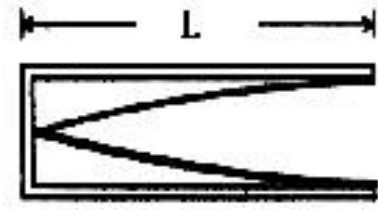
---

--	--

— —

## 摘要

在管的開口端吹氣，不論他端為開啓或為閉塞，管內的空氣即會振動而發出聲音，這現象的解釋如下：如右圖為一端封閉的管，有一縱波由管的開口端進入管內。此縱波若為最簡單的正弦波。當波到達閉端時，即被反射，故管內會有兩方相反方向的進行波重疊。此兩進行波的振幅、頻率及波長均相等，此兩反向而行的波合成一駐波。



因閉端附近的空氣不能往閉端外移動，故其位移為零，即為縱波駐波的波節。而開口端附近的空氣，振動位移最大，故為波腹。由上圖得見，如管的一端封閉，管長為  $L$ ，在管中形成駐波的條件為， $L = \lambda/4, 3\lambda/4, 5\lambda/4, \dots$  或  $L = n\lambda/4$  ( $n=1, 3, 5, \dots$ ) 故閉管所產生的頻率  $f = v/\lambda = nv/4L$  ( $n=1, 3, 5, \dots, n=1$  的頻率稱為基頻， $n>1$  的頻率稱為泛音)，式中的  $v$  乃聲波在空氣中的傳播速度 ( $v=331+0.6t$ )，測量  $L$  及  $t$ ，可得  $f$ 。

## 壹、研究動機

上音樂課的時候，老師要我們吹奏笛子。而我們發現笛子可以發出許多音階；聲音非常美妙動人，但是，對於笛子會發出不同音調的原因，我們只是大略知道與我們手指所按的位置有關而已。所以我們非常好奇兩者之間的關係。

自然課時，自然老師吹奏長短不同的水管時會發出不同的音調，然而老師只說明了水管越短，頻率越高（音調越高）；水管越長，頻率越低（音調越低）。並未詳細解釋影響水管發聲頻率的變因及其關係。

因此，我們決定以排笛的聲學原理為主題，加以研究探討影響排笛發聲頻率的變因並利用手邊的材料製作簡單的排笛。

## 貳、研究目的

- 一、探討排笛空氣柱長度與排笛發聲頻率的關係。
- 二、探討排笛口徑大小與排笛發聲頻率的關係。
- 三、探討排笛材質與排笛發聲頻率的關係。
- 四、修正排笛空氣柱長度以產生標準音頻的排笛。
- 五、探討管口修正量與排笛修正後空氣柱長度的關係。
- 六、探討管口修正量與排笛口徑大小的關係。
- 七、組裝一組排笛。

## 參、研究設備及器材

- 一、硬體：直尺、塑膠管、鐵管、麥克風、個人電腦
- 二、軟體：電腦聲波分析軟體（cool edit pro 2.0）、試算表軟體（excel 2003）。

## 肆、研究過程或方法

- 一、探討不同空氣柱長度（相同口徑大小及相同材質）的排笛與其發聲頻率間的關係

- (一) 取一固定口徑之塑膠水管，裁切成長度L不一的塑膠水管樣本15支。如〈照片1〉
- (二) 吹奏塑膠水管，以麥克風接收並連結至PC，用聲頻分析軟體測其頻率f，紀錄不同長度塑膠水管的頻率。如〈照片2〉及見〈表1〉
- (三) 以試算表軟體作出頻率f 與排笛長度L 的關係圖。見〈圖1〉

## 二、探討不同口徑大小（相同材質及相同長度）的排笛與其發聲頻率間的關係

- (一) 取口徑大小不一之鐵管，裁切成長度相同的鐵管樣本4支。如〈照片3〉
- (二) 吹奏鐵管，以麥克風接收並連結至PC，用聲頻分析軟體測其頻率f，紀錄不同口徑鐵管的頻率。見〈表2〉
- (三) 以試算表軟體作出頻率f 與口徑大小D 的關係圖。見〈圖2〉

## 三、探討不同材質（相同口徑及相同長度）的排笛與其發聲頻率間的關係

- (一) 取不同材質固定口徑之管子，裁切成長度相同的管子樣本2支。如〈照片4〉
- (二) 吹奏管子，以麥克風接收並連結至PC，用聲頻分析軟體測其頻率f，紀錄不同材質管子的頻率。見〈表3〉
- (三) 以試算表軟體作出頻率f 與不同材質K的關係圖。見〈圖3〉

## 四、修正排笛空氣柱長度以產生標準音頻的排笛

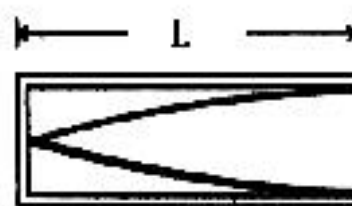
- (一) 排笛的標準音頻

我們希望製作的排笛有15個音，其音高為 C 大調的15個音階，其唱名及標準頻率如下表：

排笛編號	音名	唱名	標準頻率
1	F4	Fa	349.23
2	G4	Sol	392
3	A4	La	440
4	B4	Si	493.88
5	C5	Do	523.25
6	D5	Re	587.33
7	E5	Mi	659.26
8	F5	Fa	698.46
9	G5	Sol	783.99
10	A5	La	880
11	B5	Si	987.77
12	C6	Do	1046.5
13	D6	Re	1174.66
14	E6	Mi	1318.52
15	F6	Fa	1396.92

- (二) 理論空氣柱長度（空氣柱長度＝管口至塞子之間的距離）

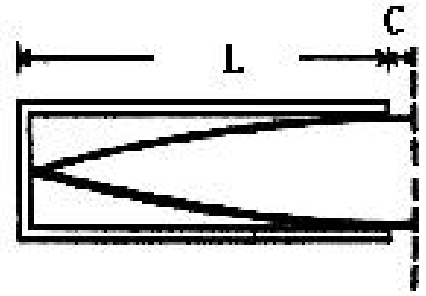
理論空氣柱長度 L 與駐波波長  $\lambda$  的關係可如右圖所示，空氣柱長度L 應該等於駐波波長  $\lambda$  的1/4，亦即  $L = \lambda / 4$  ----- 〈公式1〉 管口處應為駐波波腹的位置。



- (三) 修正排笛空氣柱的長度

可是由〈研究結果四〉顯示： $L < 1/4 \lambda$ 。亦即駐波波腹並

沒有恰在管口處，而是在管口處的上方，如右圖所示。因此〈公式1〉應修正為： $L = \lambda/4 - C$ -----〈公式2〉其中管子的實測長度  $L$  與 $1/4\lambda$ （理論長度）之間的差距  $C$ ，我們稱之為管口修正量。見〈表4〉我們推測可能影響管口修正量 $C$ 的變因可能有二個：排笛的長度及口徑大小 $D$ 。為了解影響管口修正量  $C$  的因素，我們設計第五及第六兩過程來探討。



#### 五、探討管口修正量與排笛修正後空氣柱長度的關係。

- (一) 取一固定口徑之塑膠水管，裁切成長度 $L$ 不一的排笛樣本15支。如〈照片1〉
- (二) 吹奏排笛，以麥克風接收並連結至PC，用聲頻分析軟體測其頻率 $f$ ，紀錄各不同長度排笛的頻率，並將實測頻率依〈公式1〉計算得理論長度，再把理論長度減實測長度得管口修正量。見〈表5〉
- (三) 以試算表軟體作出管口修正量 $C$  與空氣柱長度 $L$  的關係圖。見〈圖5〉

#### 六、探討管口修正量與排笛口徑大小的關係。

- (一) 取口徑大小不一之鐵管，裁切成長度相同的排笛樣本4支。如〈照片3〉
- (二) 吹奏排笛，以麥克風接收並連結至PC，用聲頻分析軟體測其頻率 $f$ ，紀錄各不同口徑排笛的頻率，並將實測頻率依〈公式1〉計算得理論長度，再把理論長度減實測長度得管口修正量。見〈表6〉
- (三) 以試算表軟體作出管口修正量 $C$  與口徑大小 $D$  的關係圖。見〈圖6〉

#### 七、組裝一組排笛。如〈照片6〉

<p>2005.12.12</p>	<p>0:00.705 2005.12.12</p>	<p>2005.12.12</p>
<p>照片1</p>	<p>照片2</p>	<p>照片3</p>
<p>2005.12.12</p>	<p>30606 2005.12.12</p>	<p>2006.04.24</p>
<p>照片4</p>	<p>照片5</p>	<p>照片6</p>

## 伍、研究結果

一、不同空氣柱長度（相同口徑大小及相同材質）的排笛與其發聲頻率間的關係

表 1

管編號	空氣柱長度 (cm)	口徑大小 (cm)	材質	實測頻率 (Hz)	理論頻率 (Hz)	差距 (Hz)	偏差率 (%)
L1	22.6	1.6	PVC	365.68	379.42	13.74	3.62
L2	21.1	1.6	PVC	396.74	406.40	9.66	2.38
L3	20.4	1.6	PVC	402.94	420.34	17.40	4.14
L4	18.3	1.6	PVC	446.99	468.58	21.59	4.61
L5	15.6	1.6	PVC	523.33	549.68	26.35	4.79
L6	14.1	1.6	PVC	571.24	608.16	36.92	6.07
L7	13.3	1.6	PVC	594.84	644.74	49.90	7.74
L8	11.9	1.6	PVC	672.69	720.59	47.90	6.65
L9	11.0	1.6	PVC	712.41	779.55	67.14	8.61
L10	9.8	1.6	PVC	798.63	875.00	76.37	8.73
L11	9.2	1.6	PVC	840.34	932.07	91.73	9.84
L12	8.5	1.6	PVC	914.71	1008.82	94.11	9.33
L13	7.6	1.6	PVC	999.14	1128.29	129.15	11.45
L14	7.0	1.6	PVC	1065.90	1225.00	159.10	12.99
L15	6.5	1.6	PVC	1154.50	1319.23	164.73	12.49

1.測量時溫度：t=20°C      L：空氣柱長度      λ：聲波波長

2.  $\lambda = 4 * L$

3.理論頻率  $f_s = (331 + 0.6t) / \lambda = (331 + 0.6t) / (4 * L)$

4.偏差率 = (理論頻率 - 實測頻率) / 理論頻率 \* 100%

二、不同口徑大小（相同材質及相同空氣柱長度）的排笛與其發聲頻率間的關係

表 2

管編號	空氣柱長度 (cm)	口徑大小 (cm)	材質	實測頻率 (Hz)	理論頻率 (Hz)	差距 (Hz)	偏差率 (%)
D1	21.4	2.3	鐵	386.63	400.70	14.07	3.51
D2	21.4	1.7	鐵	389.45	400.70	11.25	2.81
D3	21.4	1.4	鐵	391.36	400.70	9.34	2.33
D4	21.4	1.2	鐵	392.51	400.70	8.19	2.04

1.測量時溫度：t=20°C      L：空氣柱長度      λ：聲波波長

2.  $\lambda = 4 * L$

3.理論頻率  $f_s = (331 + 0.6t) / \lambda = (331 + 0.6t) / (4 * L)$

4.偏差率 = (理論頻率 - 實測頻率) / 理論頻率 \* 100%

三、不同材質（相同口徑大小及相同長度）的排笛與其發聲頻率間的關係

表 3

管編號	空氣柱長 度 (cm)	口徑大小 (cm)	材質	實測頻率 (Hz)	理論頻率 (Hz)	差距 (Hz)	偏差率 (%)
-----	----------------	--------------	----	--------------	--------------	------------	------------

K1	16.4	1.6	PVC	498.22	522.87	24.65	4.71
K2	16.4	1.6	玻璃	507.15	522.87	15.72	3.01

1.測量時溫度：t=20°C      L：空氣柱長度      λ：聲波波長

2.  $\lambda = 4 * L$

3.理論頻率  $f_s = (331 + 0.6t) / \lambda = (331 + 0.6t) / (4 * L)$

4.偏差率 = (理論頻率-實測頻率) / 理論頻率 \* 100%

四、修正空氣柱長度以製造出可以產生標準音頻的排笛。

表 4

管編號	音名	標準頻率 (Hz)	理論長度 (cm)	修正後空氣柱長度 (cm)	修正長度 (cm)	實測頻率 (Hz)	修正率 (%)
S1	F4	392.00	21.88	21.0	0.9	392.05	4.00
S2	G4	440.00	19.49	18.5	1.0	440.36	5.07
S3	A4	493.88	17.36	16.6	0.8	493.76	4.39
S4	B4	523.25	16.39	15.6	0.8	523.32	4.81
S5	C5	587.33	14.60	13.9	0.7	587.18	4.79
S6	D5	659.26	13.01	12.4	0.6	659.70	4.67
S7	E5	698.46	12.28	11.4	0.9	698.15	7.14
S8	F5	783.99	10.94	9.9	1.0	783.97	9.49
S9	G5	880.00	9.74	8.8	0.9	880.50	9.69
S10	A5	987.77	8.68	7.5	1.2	986.91	13.61
S11	B5	1046.50	8.19	7.2	1.0	1046.00	12.13
S12	C6	1174.66	7.30	6.3	1.0	1174.30	13.70
S13	D6	1318.52	6.50	5.2	1.3	1318.70	20.04
S14	E6	1396.92	6.14	5.0	1.1	1397.00	18.55
S15	F6	1567.98	5.47	4.2	1.3	1567.50	23.20

1.測量時溫度：t=20°C      L：空氣柱長度      λ：聲波波長

2.  $\lambda = 4 * L$

3.理論頻率  $f_s = (331 + 0.6t) / \lambda = (331 + 0.6t) / (4 * L)$

4.修正率 = (理論長度-修正後長度) / 理論長度 \* 100%

五、探討管口修正量與修正後空氣柱長度的關係。

表 5

管編號	口徑大小 (cm)	修正後空氣柱長度 (cm)	實測頻率 (Hz)	理論長度 (cm)	管口修正量 (cm)	管口修正量與修正 空氣柱長度之比
S1	1.6	21.0	392.05	21.87	0.87	0.042
S2	1.6	18.5	440.36	19.47	0.97	0.053
S3	1.6	16.6	493.76	17.37	0.77	0.046
S4	1.6	15.6	523.32	16.39	0.79	0.050
S5	1.6	13.8	587.18	14.60	0.80	0.058
S6	1.6	12.3	659.70	13.00	0.70	0.057

S7	1.6	11.3	698.15	12.28	0.98	0.087
S8	1.6	10.1	783.97	10.94	0.84	0.083
S9	1.6	8.8	880.50	9.74	0.94	0.107
S10	1.6	7.5	986.91	8.69	1.19	0.158
S11	1.6	7.2	1046.00	8.20	1.00	0.139
S12	1.6	6.3	1174.30	7.30	1.00	0.159
S13	1.6	5.2	1318.70	6.50	1.30	0.251
S14	1.6	5.0	1397.00	6.14	1.14	0.228
S15	1.6	4.2	1567.50	5.47	1.27	0.302

1.測量時溫度：t=20°C      L：空氣柱長度      λ：聲波波長

2.  $\lambda = 4 * L$

3.理論頻率  $f_s = (331 + 0.6t) / \lambda = (331 + 0.6t) / (4 * L)$

4.管口修正量  $C = 1/4 \lambda - L$

六、探討管口修正量與排笛口徑大小的關係。

表 6

管編號	實測長度 (cm)	口徑大小 (cm)	實測頻率 (Hz)	理論長度 (cm)	管口修正量 (cm)	管口修正量與口 徑大小之比
D1	21.4	2.3	386.63	22.18	0.78	0.339
D2	21.4	1.7	389.45	22.02	0.62	0.364
D3	21.4	1.4	391.36	21.91	0.51	0.365
D4	21.4	1.2	392.51	21.85	0.45	0.372

1.測量時溫度：t=20°C      L：空氣柱長度      λ：聲波波長

2.  $\lambda = 4 * L$

3.理論頻率  $f_s = (331 + 0.6t) / \lambda = (331 + 0.6t) / (4 * L)$

4.管口修正量  $C = 1/4 \lambda - L$

七、組裝一組排笛。

## 陸、討論

一、空氣柱長度與排笛發聲頻率的關係，如〈表1〉所示：將排笛發聲頻率f 與排笛空氣柱長度L作成f-L 的關係圖，如〈圖1A〉所示，可以看出空氣柱愈長，排笛的發聲頻率愈低。將兩者間的函數關係改畫成f-1/L 的關係圖，如〈圖1B〉所示，可以明顯地看出發聲頻率f 與空氣柱長度的倒數1/L 關係為一條斜直線，即發聲頻率f 與空氣柱長度的倒數1/L 成正比：

圖1A

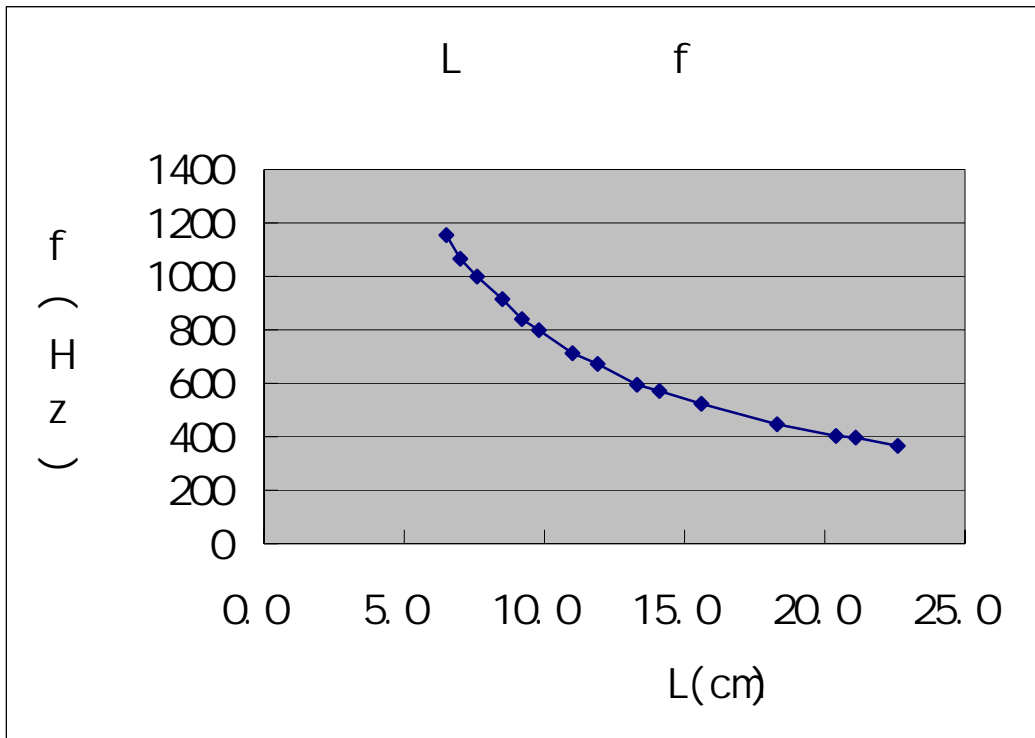
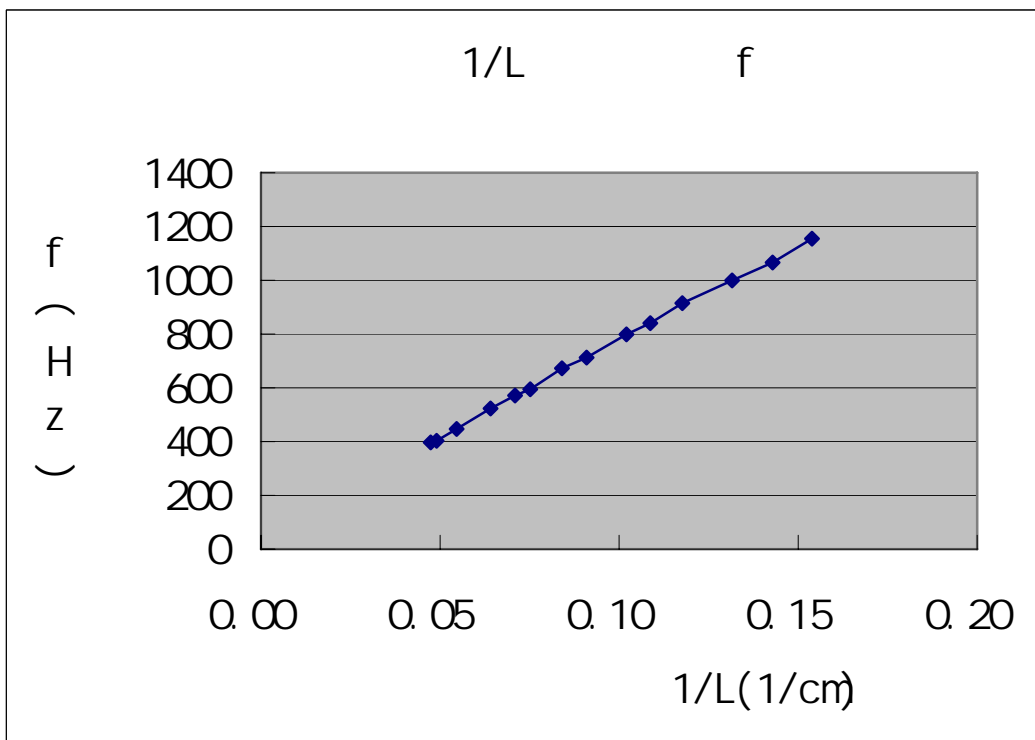
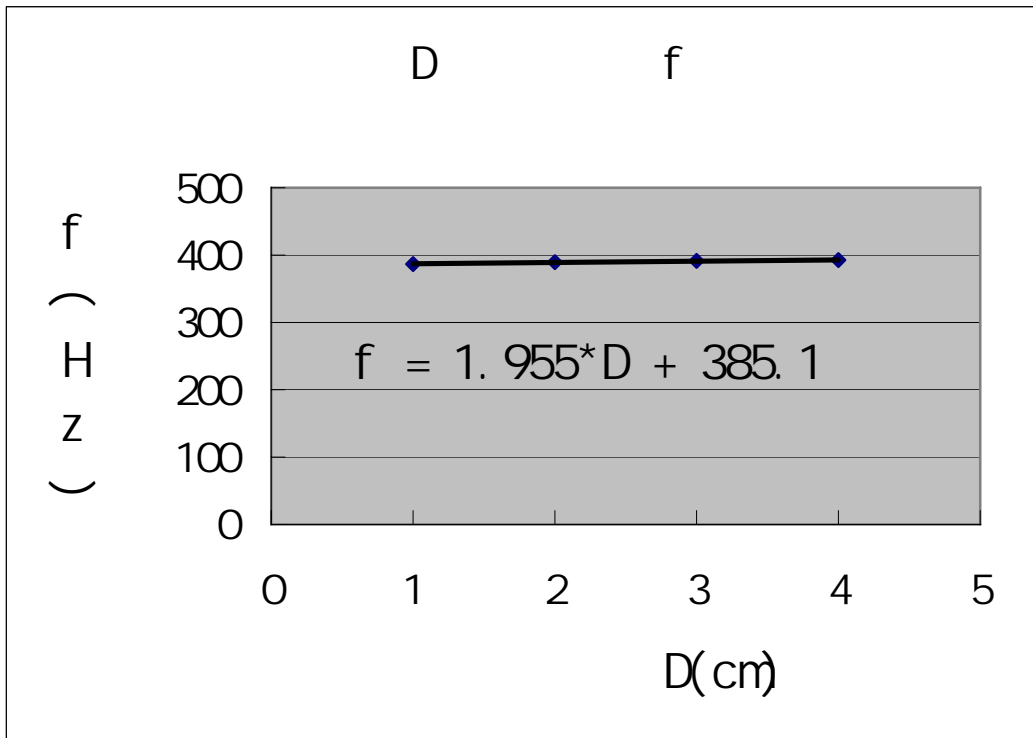


圖1B



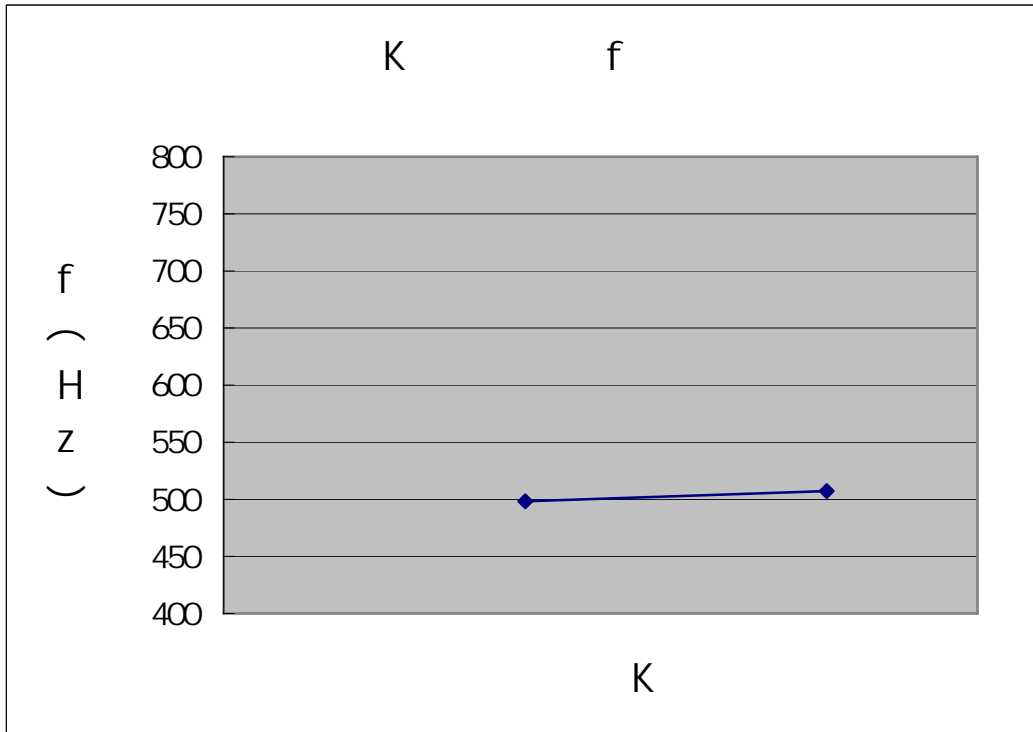
二、口徑大小與排笛發聲頻率的關係，如<表2>所示：若將排笛發聲頻率 $f$  與口徑大小 $D$ 作成 $f$ - $D$  的關係圖，如<圖2>所示，可以看出排笛的口徑大小對排笛頻率有些微的影響。而 $f$ - $D$  的函數關係為一條斜直線，即發聲頻率 $f$  與口徑大小 $D$ 有關，其關係式： $f = 1.955 * D + 385.1$ 。

圖2



三、排笛材質與排笛發聲頻率的關係，如〈表3〉所示：將排笛發聲頻率f 與排笛材質K 作成 f-K 的關係圖，如〈圖3〉所示，可以看出排笛的材質K對排笛發聲頻率f 的影響並不明顯，換言之，排笛的發聲頻率f 幾乎與排笛的材質K 無關。

圖3

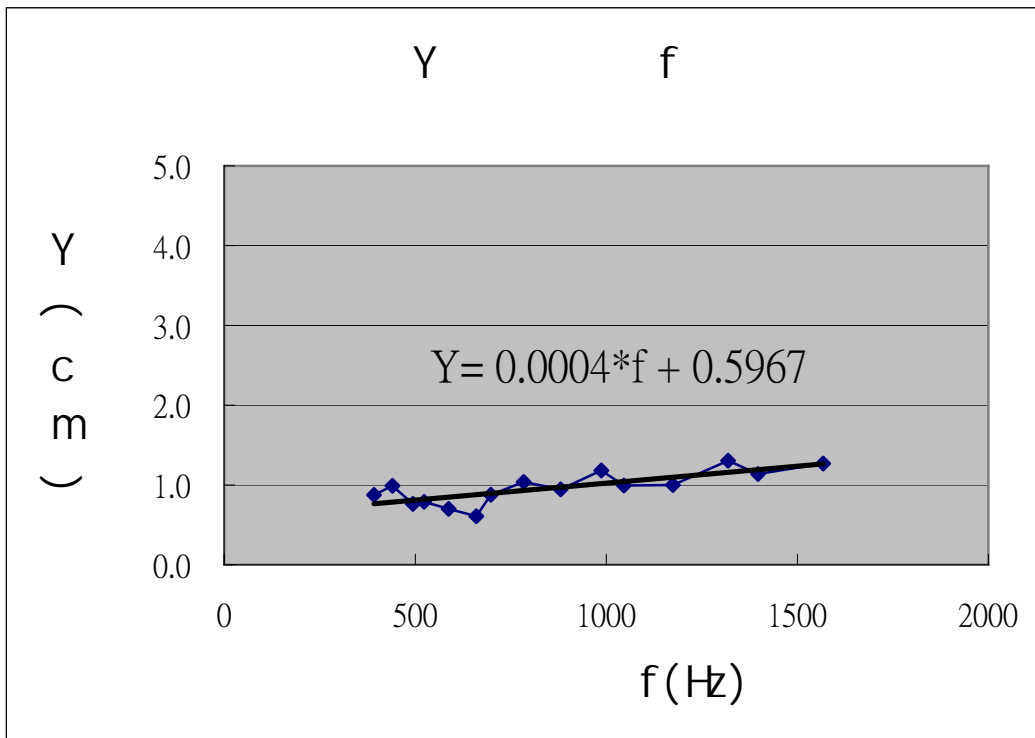


#### 四、調整空氣柱長度以產生標準音頻的排笛：

- (一) 裁切出初估長度的排笛：藉由〈公式1〉的計算得出理論長度，再與預留調整長度（約1cm）相加後的初估長度，我們得以裁切出初估長度的排笛。
- (二) 將塑膠塞子塞入初估長度的排笛，不斷地調整塞子深度，並以聲頻分析軟體去測量排

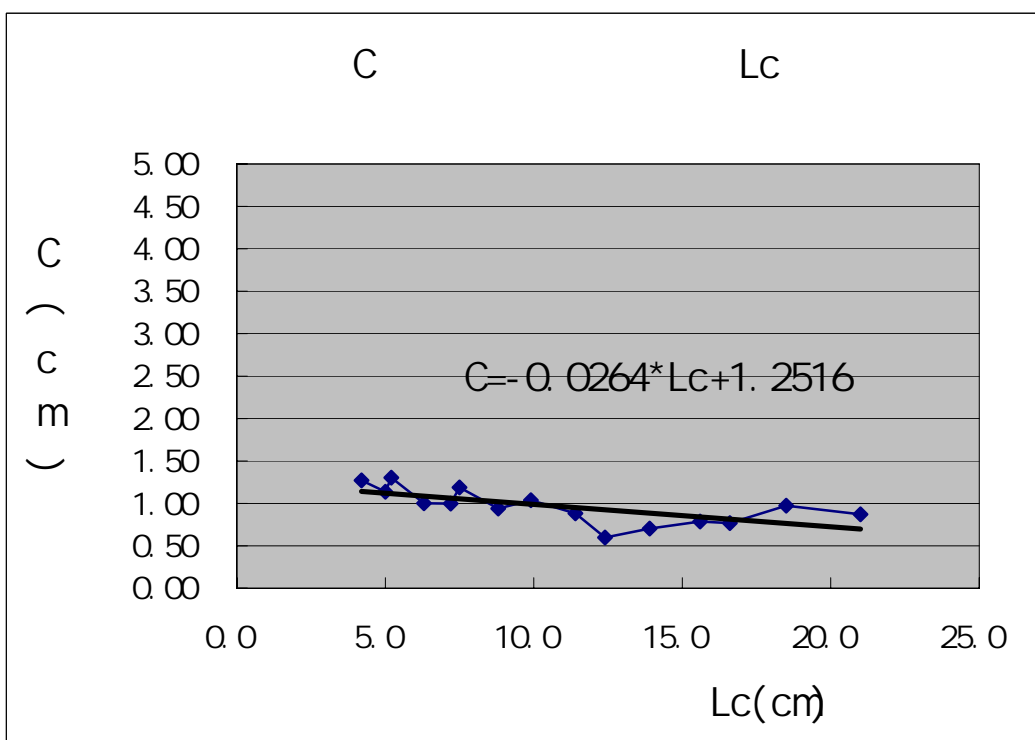
笛的發聲頻率，直到與標準頻率間的偏差率皆在1%以下，其修正長度Y與實測頻率f關係圖如〈圖4〉所示，可以看出排笛的發聲頻率f 幾乎與排笛的修正長度Y無關。

圖4



五、管口修正量與排笛修正後空氣柱長度的關係，如〈表5〉所示：將不同修正後空氣柱長度L 與所對應管口修正量C 的關係畫成f-C 圖，如〈圖5〉所示，可以發現修正後空氣柱長度L 對管口修正量C 的影響並不明顯，其關係式為： $C = -0.0264Lc + 1.2516$ 。

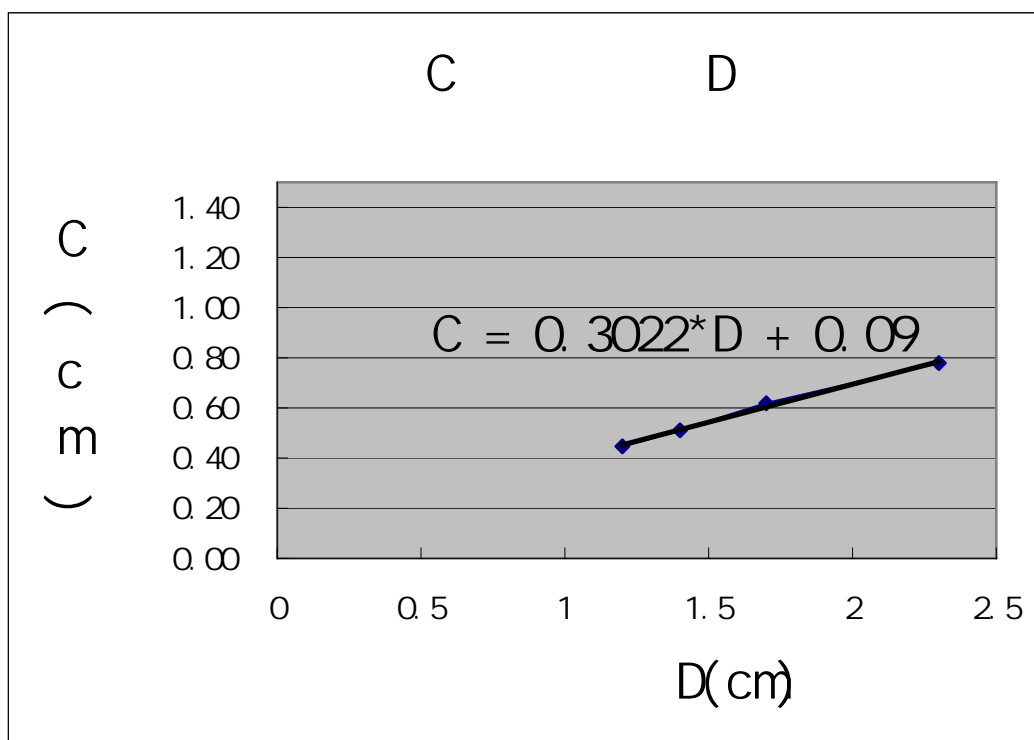
圖5



六、管口修正量與排笛口徑大小的關係，如〈表6〉所示：將不同排笛口徑大小D 與管口修正

量C關係，畫成C-D關係圖，如〈圖6〉所示，可以看出管口修正量C 隨著口徑大小D 而增加，而且C-D 的函數關係近似一條斜直線，即管口修正量C 與口徑大小D 成正比，其關係式為： $C=0.3022D+0.09$ 。

圖6



七、組裝一組排笛：將裁切並調整好的排笛管，並排接合，完成排笛的組裝。

## 柒、結論

- 一、理論上閉管空氣柱所產生的頻率 $f=nV/\lambda = n(331+0.6t)/4L$  ( $n=1、3、5、\dots、n=1$ 的頻率稱為基頻， $n>1$ 的頻率稱為泛音)，式中的V乃聲波在空氣中的傳播速度 ( $V=331+0.6t$ )，測量L及t，可得f。由理論推導出頻率f 與空氣柱長度L的關係式，可以推估產生標準頻率的排笛長度，依此長度，可以不斷地以塞子調整出頻率準確的排笛。
- 二、排笛的發音頻率f 與排笛的空氣柱長度L及口徑大小D有關，與排笛材質無關。即排笛的空氣柱長度L 愈短或口徑大小D 愈小，則排笛的發音頻率f 愈高；反之，排笛的空氣柱長度L 愈長或口徑大小D 愈大，則排笛的發音頻率f 愈低。
- 三、不同發音頻率f排笛所對應的空氣柱長度L，並不符合： $L= \lambda/4$ -----〈公式1〉，而且L小於 $\lambda/4$ 。亦即聲波駐波波腹並不在管口上，而是在管口上方C 處。我們稱C 為管口修正量，因此〈公式1〉應修正為： $L= \lambda/4 - C$ -----〈公式2〉。
- 四、由〈圖1B〉可知發音頻率f 與空氣柱長度的倒數 $1/L$  成正比，即發音頻率f 隨著空氣柱長度L 的增加而減小。
- 五、由〈圖4〉可知空氣柱修正長度Y與排笛發音頻率f無明顯關係，其關係式為：空氣柱修正長度 $Y=0.0004f+0.5967$ ，即空氣柱修正長度Y 不隨著排笛發音頻率f 的增加而明顯的增大。
- 六、由〈圖5〉可知管口修正量C與空氣柱長度L無明顯關係，其關係式為：管口修正量 $C=-0.0264L+1.2516$ ，即管口修正量C 不隨著空氣柱長度L的增加而明顯的增大。

七、由〈圖6〉可知管口修正量C與口徑大小D 有明顯關係，其關係式為：管口修正量  $C = 0.3022D + 0.09$ ，即管口修正量C 隨著口徑大小D 的增加而增大。

### 捌、參考資料及其他

- 一、郭重吉（民94）。國民中學自然與生活科技第三冊。南一書局。
- 二、林英智（民94）。國民中學自然與生活科技第三冊。康軒文教。
- 三、林明瑞（民92）。高中基礎物理。南一書局
- 四、林明瑞（民92）。高中物理上冊。南一書局
- 五、李怡嚴（民76）。大學物理學第二冊。東華書局。

031610

DIY

1.

2.

3.