

中華民國第 53 屆中小學科學展覽會

作品說明書

國小組 數學科

080409

Heart · Secret～探討讀心術的密碼

學校名稱：苗栗縣苗栗市建功國民小學

作者：	指導老師：
小五 葉禹潼	龍麟如
小五 徐崇聖	陳米華
小五 羅安純	
小五 李馨瑜	

關鍵詞：讀心術、倍數、簡化計算

Heart • Secret ~ 探討讀心術的密碼

摘要：

本研究起自於玩「吉普賽人讀心術」電腦遊戲所引發的問題，配合數學「整數的簡化計算」、「因數和倍數」、「怎樣列式」單元，來探討讀心術的設計原理，並嘗試設計自己的讀心術。結果顯示：一、「吉普賽人讀心術」是以 9 的倍數來設計。二、不同的讀心術設計原理不同，但都和整數的簡化計算有關，也和倍數有關。三、設計自己的讀心術遊戲時，需考慮玩家的計算步驟不能太複雜，設計者必須有快速的步驟猜中數字。

壹、研究動機

在某一次的電腦遊戲中，我們嘗試玩了「吉普賽人讀心術」遊戲，大家都覺得這個遊戲有趣又神秘，也好奇為什麼每次電腦都能猜中我們心裡想的數？它是怎麼設計的？我們可以破解嗎？於是，我們在老師的指導下，開始了一連串有關讀心術的研究。

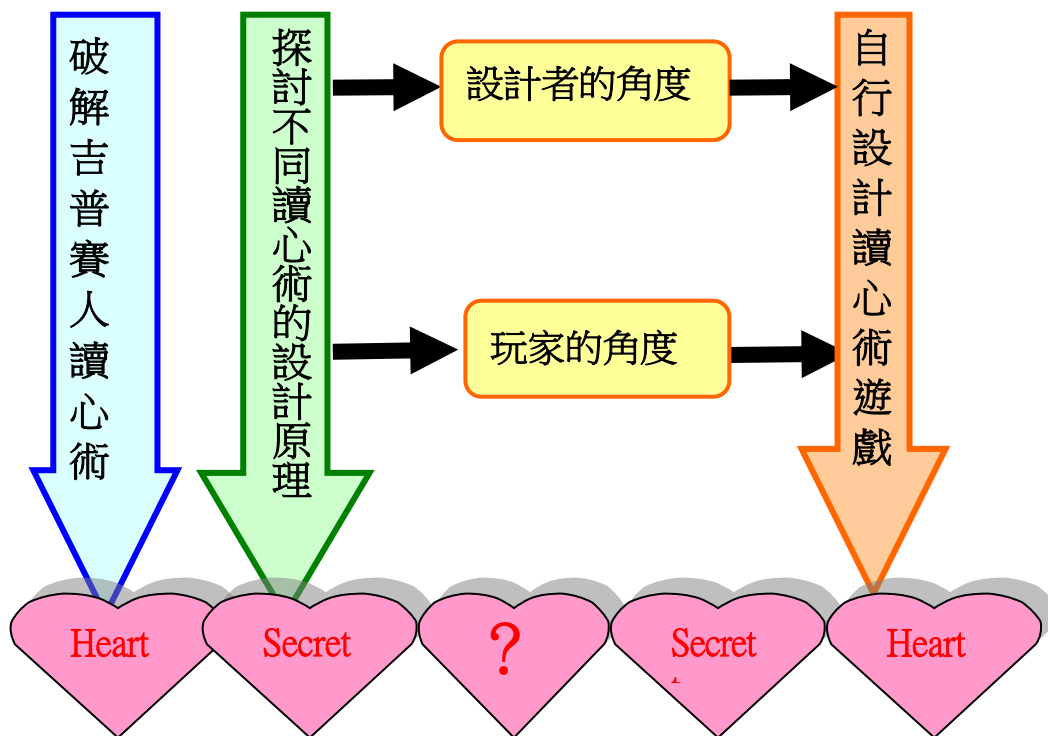


圖1：研究方向說明圖

貳、研究目的

- 一、「吉普賽人讀心術」是使用什麼原理設計的？
- 二、不同的讀心術遊戲設計原理都相同嗎？有什麼差異？
- 三、設計自己的讀心術遊戲時，要考慮哪些項目？

參、研究設備及器材

一、電腦 二、印表機 三、紙 四、文具 五、思路清晰的頭腦

肆、研究過程或方法

◎問題一：「吉普賽人讀心術」是使用什麼原理設計的？

一、研究步驟：

「吉普賽人讀心術」遊戲規則：

想一個兩位數，把個位數字和十位數字相加，再用原來想的兩位數減去相加後的答案，例如：【我想的數是 23，所以 $2+3=5$ ，把 $23-5=18$ 。】然後把數字和圖形對應表中 18 旁邊的圖形記住，再按一下水晶球，看看水晶球是不是顯示你剛才所記住的圖形。

操作方法：

1.心中先想好一個兩位數，按照遊戲規則計算好，並把計算後的結果記錄下來。

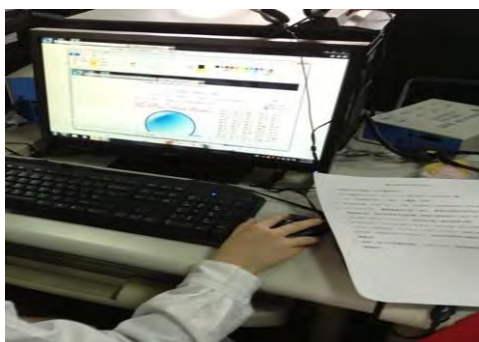
2.先不要點選水晶球，利用「Print Scm」鍵和「小畫家」軟體，將螢幕上數字和圖形對應表的畫面複製、存檔，並列印出來。



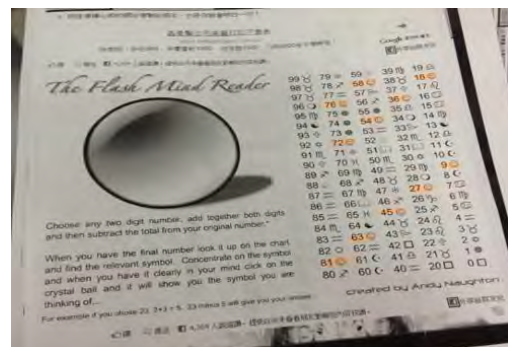
3.點選水晶球、等水晶球顯示出圖形後，同樣利用「Print Scm」鍵和「小畫家」軟體，將螢幕畫面複製、存檔，並列印出來。



4.每人設想約 20 個不同的兩位數，重複前面步驟 1 到步驟 3 的操作方法。



5.把每次猜測前、後的畫面(步驟 2 和步驟 3)相對照，用螢光筆把和水晶球顯示相同圖形的數字做記號。



6.把標記起來的數字整理在表格中，尋找數字間的關聯性，並討論、推想這個讀心術的設計原理。

二、整理結果如表 1 到表 5：

表 1：第一人玩「吉普賽人讀心術」遊戲紀錄表

【遊戲規則：想一個兩位數，把個位數字和十位數字相加，再用原來想的兩位數減去相加後的答案】

心中的數	算出答案	與答案是相同圖形的數字群															
25	18	1	9	18	26	27	36	45	54	63	72	81	90				
69	54	9	10	15	18	27	36	44	45	50	54	63	65	72	79	81	
50	45	9	18	27	31	36	45	54	63	72	81	88					
99	81	9	13	14	18	27	36	37	45	48	54	63	72	81			
71	63	9	18	27	36	45	54	55	63	71	72	81	94				
66	54	9	18	19	27	36	45	54	58	59	63	66	72	76	81		
42	36	9	10	15	18	27	36	44	45	50	54	63	65	72	79	81	
39	27	9	18	19	27	36	45	54	58	59	63	66	72	76	81		
69	54	2	9	18	27	36	45	46	54	57	63	65	72	81	83		
60	54	9	18	27	36	45	49	54	63	69	72	81					
55	45	9	12	18	27	36	45	54	63	72	74	81					
32	27	9	16	18	27	36	45	54	63	70	72	75	81				
13	9	4	5	9	13	14	18	27	36	45	47	54	59	63	72	81	98
88	72	9	18	27	36	45	54	57	63	72	73	81					
28	18	9	11	18	27	32	36	45	54	63	72	81	98				
24	18	9	15	16	18	24	26	27	36	45	54	60	61	63	72	81	
99	81	4	5	9	13	14	18	27	36	45	47	54	59	63	72	81	98
78	63	6	9	18	27	36	45	50	51	54	63	72	81	93			
72	63	9	10	18	27	36	45	48	54	63	72	81	86				
42	36	9	10	18	27	36	45	54	63	72	76	78	81	83			

註：表中紫色格子裡的數字不僅是與答案有相同圖形的數字，也是 9 的倍數。

表 2：第二人玩「吉普賽人讀心術」遊戲紀錄表

【遊戲規則：想一個兩位數，把個位數字和十位數字相加，再用原來想的兩位數減去相加後的答案】

心中的數	算出答案	與答案是相同圖形的數字群																		
98	81	9	18	27	35	36	45	50	54	63	72	81								
54	45	9	18	27	31	36	45	54	63	64	70	72	81	94						
42	36	9	11	12	14	18	22	27	36	45	54	63	72	75	81	83				
38	27	4	8	9	18	19	25	27	36	40	45	54	60	63	72	81	84	85	91	93
31	27	9	18	27	36	45	54	63	72	74	81	89	99							
22	18	9	18	27	31	36	45	54	63	64	70	72	81	94						
19	9	9	18	27	36	37	38	43	45	54	63	72	80	81						
17	9	4	8	9	18	19	25	27	36	45	54	60	63	72	81	84	85	91	93	
85	72	0	9	18	20	36	42	45	54	63	72	81	27							
78	63	9	18	27	36	45	54	63	72	81	88									
64	54	8	9	10	11	18	27	36	45	54	60	61	63	72	81					
34	27	4	9	18	27	36	40	45	49	53	54	62	63	72	77	81	83	85	86	87
25	18	9	18	27	36	45	54	58	63	72	76	81								
12	9	9	17	18	23	27	36	45	54	63	72	81								
56	45	9	18	27	28	33	36	39	45	54	63	72	80	81	93					
23	18	0	3	9	13	18	19	27	36	45	54	63	69	72	81	12	74	77		
48	36	9	12	18	27	36	45	54	56	63	72	81								
62	54	9	18	27	36	45	54	63	72	81	99									
79	63	9	18	27	36	44	45	54	63	72	81	85								

註：表中紫色格子裡的數字不僅是與答案有相同圖形的數字，也是9的倍數。

表 3：第三人玩「吉普賽人讀心術」遊戲紀錄表

【遊戲規則：想一個兩位數，把個位數字和十位數字相加，再用原來想的兩位數減去相加後的答案】

心中的數	算出答案	與答案是相同圖形的數字群															
91	81	9	18	20	27	36	45	54	63	72	80	81					
83	72	5	9	12	18	21	27	31	36	45	54	63	89	81	72		
70	63	9	18	27	36	37	38	45	50	54	59	81	72	63			
67	54	9	18	27	36	45	53	97	63	70	72	75	81	54			
52	45	9	18	19	27	29	36	45	54	63	71	72	81	82			
44	36	9	18	27	81	45	54	63	72	36							
39	27	0	9	18	81	36	45	48	54	63	72	27					
25	18	7	9	18	23	27	36	45	54	63	65	72	81				
98	81	9	18	25	27	36	45	54	63	64	68	72	81				
92	81	9	18	27	35	36	45	54	63	71	72	88	81				
85	72	9	18	27	36	45	46	54	56	63	81	84	89	72			
77	63	2	9	12	18	19	27	36	45	54	59	72	79	81	87	94	63
61	54	9	2	18	27	15	36	45	63	72	81	40	48	52	53	54	
50	45	9	18	27	21	22	36	49	54	58	63	72	81	85	45		
43	36	9	18	27	45	50	54	61	63	72	81	98	36				
36	27	9	17	18	31	36	45	54	63	72	81	90	27				
11	9	4	16	18	24	27	28	36	45	54	63	72	81	82	86	97	9
19	9	5	18	27	36	45	54	55	63	65	72	81	9				
38	27	9	18	33	34	36	45	54	63	72	81	89	92	96	27		
59	45	9	18	27	36	35	45	54	63	72	81	84					

註：表中紫色格子裡的數字不僅是與答案有相同圖形的數字，也是 9 的倍數。





表 4：第四人玩「吉普賽人讀心術」遊戲紀錄表

【遊戲規則：想一個兩位數，把個位數字和十位數字相加，再用原來想的兩位數減去相加後的答案】

心中的數	算出答案	與答案是相同圖形的數字群																
89	72	3	4	9	18	27	36	42	44	45	54	63	72	81	88			
77	63	9	18	27	36	45	54	63	72	81	86	91	93	97				
67	54	8	9	18	22	27	36	45	54	61	63	72	81	87				
57	45	9	18	23	27	32	36	45	54	63	72	81	98					
48	36	9	18	27	36	45	54	63	72	81	86	91	93	97				
39	27	9	18	24	27	36	45	54	52	63	72	81						
29	18	9	18	19	27	36	45	46	54	60	63	67	72	81				
26	18	9	18	21	27	36	45	47	49	53	54	63	72	81				
18	9	9	18	27	29	36	43	45	54	55	57	63	64	81	72	99		
13	9	3	4	9	15	18	27	36	42	44	45	54	63	72	81	88		
92	81	9	11	18	24	27	36	41	43	45	54	61	63	66	72	81	77	
83	72	3	9	18	27	36	45	54	63	72	81							
82	72	8	9	18	27	35	36	45	49	54	56	63	69	72	81	83	91	
71	63	8	9	18	27	35	36	45	49	54	56	63	69	72	81	83	91	
62	54	9	18	27	36	45	54	63	68	72	74	81	84	94				
50	45	2	5	9	11	18	24	36	41	43	45	54	61	63	72	77	81	27
42	36	9	18	36	37	45	54	63	72	81	88	27	28					
38	27	9	18	27	28	36	37	45	54	63	72	81	88					
25	18	9	10	18	27	36	45	54	57	63	72	81						
16	9	9	18	26	27	36	45	54	63	72	81							

註：表中紫色格子裡的數字不僅是與答案有相同圖形的數字，也是9的倍數。

表 5：不同人心中設想的數都一樣時的答案圖形統計表

心中的數	算出答案	設想此數的人次	出現的答案圖形			
13	9	2				
19	9	2				
25	18	4				
38	27	3				
39	27	3				
42	36	3				
48	36	2				
50	45	3				
62	54	2				
67	54	2				
71	63	2				
77	63	2				
78	63	2				
83	72	2				
85	72	2				
92	81	2				
98	81	2				

三、整理表格後的小發現與所引發的問題：

- (一) 從表 1 到表 4 中發現，不論心中想什麼數，計算後的結果都是 9 的倍數。進一步比對每次猜測前、後的畫面，發現與答案有著相同圖形的數字中，有許多是 9 的倍數。
- (二) 數字和圖形對應表中的 90、99 和 0 也是 9 的倍數，但它們的圖形卻不一定和答案相同。
- (三) 從表 1 中發現同樣的數字玩兩次，和答案有相同圖形的數字群卻不一定完全一樣。
- (四) 從表 4 中發現有時玩家心想的數不同，和答案有相同圖形的數字群卻完全相同。
- (五) 從表 5 中可得知，當有二人以上所心想的數字相同時，所得到的答案圖形卻不一定相同。
- (六) 為什麼這個遊戲規則的算法所算出來的答案一定是 9 的倍數？

四、思考推演設計原理歷程

從表 1 到表 5 中發現：「為什麼這個遊戲規則的算法所算出來的答案一定是 9 的倍數？」經過討論後，我們發現可以把它的計算過程轉換、簡化成下面的步驟來看：

- 例如心中設想的數是 12
- 把 12 拆解成 $10+2$
- 根據遊戲規則的計算就變成 $(10+2) - (1+2)$
- 個位數字和個位數字抵消，只要算出幾個十減去十位數字的差就好。

接著，我們再用數學課中學到的設未知數的方法來推演如下：

- 用 y 代表十位數字，用 x 代表個位數字， y 是 1~9 的數， x 是 0~9 的數
- 心中設想的兩位數真正代表的意義是 $y \times 10 + x$
- 根據遊戲規則的計算就變成 $y \times 10 + x - (y + x)$
- 透過前後加減相抵消，代表個位數字的 x 已經變成 0，只剩下 $y \times 9$ ，所以只要把十位數字乘以 9 就好，一定是 9 的倍數。

於是，我們從最小的兩位數 10 到最大的兩位數 99 都加以推算，整理出下面的表 6。

表 6：兩位數在「吉普賽人讀心術」中的計算結果

兩位數的範圍	計算結果	兩位數的範圍	計算結果	兩位數的範圍	計算結果
10~19	9	40~49	36	70~79	63
20~29	18	50~59	45	80~89	72
30~39	27	60~69	54	90~99	81

五、結論：

- (一) 「吉普賽人讀心術」遊戲規則的計算過程，透過前後計算過程中的加和減相抵消，可以簡化成『只要算出幾個十減去十位數字的差』或『用十位數字乘以 9』，因此所計算出來的答案如表 6 所示，一定是 9 的倍數，所以設計者便把 9 的倍數的圖形都設計成是相同的。

- (二) 為了不讓玩家輕易的破解「吉普賽人讀心術」的秘密，所以設計者讓 9 的倍數的圖形每次都出現不一樣的圖形，而且也讓非 9 的倍數數字出現與答案相同圖形，對玩家造成擾亂。
- (三) 從表 6 中可得知，設想兩位數時，「吉普賽人讀心術」的答案範圍在 9~81 之間，根本不會出現 90、99 或 0 的答案。因此，猜測前的數字與圖形對應表中的 90、99 和 0 雖然同樣也是 9 的倍數，卻很少跟其他 9 的倍數有相同的圖形，這樣也可以達到混淆玩家判斷的目的。

◎問題二：不同的讀心術遊戲設計原理都相同嗎？有什麼差異？

■讀心術之二的研究

一、研究步驟：

讀心術二的遊戲規則：

請玩家在心中想著一個數，然後乘以 2，加上 10，乘以 5，減去 30，把算出的答案說出來，由出題者來猜出玩家心中所想的數。

操作方法：

- 先想好心中的數，按照遊戲規則和老師、同學互猜幾次。
- 每人選擇十幾個不同的數，按照遊戲規則將答案計算出來，整理在表格中。
- 從表格中尋找原先心想的數和計算後結果的數字關聯性，討論並推想這個讀心術的原理。

二、整理結果如表 7 到表 10

表 7：第一人玩「讀心術二」遊戲記錄表

心想的數	計算後的結果	心想的數	計算後的結果
57	$(57 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 590$	64	$(64 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 660$
5	$(5 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 70$	71	$(71 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 730$
37	$(37 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 390$	83	$(83 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 850$
23	$(23 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 250$	76	$(76 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 780$
68	$(68 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 700$	52	$(52 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 540$
19	$(19 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 210$	89	$(89 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 910$
38	$(38 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 400$	91	$(91 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 930$
28	$(28 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 300$	12	$(12 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 140$
65	$(65 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 670$	24	$(24 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 260$
92	$(92 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 940$		

表 8：第二人玩「讀心術二」遊戲記錄表

心想的數	計算後的結果	心想的數	計算後的結果
250	$(250 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 2520$	24	$(24 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 260$
88	$(88 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 900$	36	$(36 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 380$
41	$(41 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 430$	48	$(48 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 500$
63	$(63 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 650$	60	$(60 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 620$
7	$(7 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 90$	72	$(72 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 740$
836	$(836 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 8380$	84	$(84 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 860$
96	$(96 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 980$	33	$(33 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 350$
102	$(102 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 1040$	77	$(77 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 790$
2	$(2 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 40$	12	$(12 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 140$
1111	$(1111 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 11130$		

表 9：第三人玩「讀心術二」遊戲記錄表

心想的數	計算後的結果	心想的數	計算後的結果
13	$(13 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 150$	12	$(12 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 140$
20	$(20 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 220$	79	$(79 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 810$
5	$(5 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 70$	81	$(81 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 830$
25	$(25 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 270$	189	$(189 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 1910$
37	$(37 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 390$	46	$(46 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 480$
43	$(43 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 450$	55	$(55 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 570$
9	$(9 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 110$	64	$(64 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 660$
220	$(220 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 2220$	17	$(17 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 190$
111	$(111 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 1130$	89	$(89 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 910$
4819	$(4819 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 48210$		

表 10：第四人玩「讀心術二」遊戲記錄表

心想的數	計算後的結果	心想的數	計算後的結果
11	$(11 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 130$	18	$(18 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 200$
25	$(25 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 270$	29	$(29 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 310$
32	$(32 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 340$	36	$(36 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 380$
63	$(63 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 650$	99	$(99 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 1010$
123	$(123 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 1250$	172	$(172 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 1740$
204	$(204 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 2060$	257	$(257 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 2590$
310	$(310 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 3120$	384	$(384 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 3860$
1000	$(1000 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 10020$	1591	$(1591 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 15930$
5500	$(5500 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 55020$	7899	$(7899 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 79010$
9999	$(9999 \times 2 + 10) \times 5 - 30 = 100010$		

三、整理表格後的小發現

- (一) 從表 7 到表 10 中發現，不管心想的數是多少，按照遊戲規則計算之後的結果都是 10 的倍數。
- (二) 利用倒推、解未知數的方法應該能找出這個讀心術的設計原理。

四、思考推演設計原理歷程

- (一) 首先，利用倒推、解未知數的方法，推演出下面的解法，共需要 6 個步驟：

用 y 代表心想的數
 $(y \times 2 + 10) \times 5 - 30$ 可看成 $y \times 2 \times 5 + 10 \times 5 - 30$
 算式變成 $y \times 10 + 50 - 30$
 也就是 $y \times 10 + 20$
 只要把算出的數減 20，再除以 2，就可猜到答案。

- (二) 我們發現如果出題者需要上面 5 個步驟才能猜出玩家心中所想的數，速度太慢，達不到快速讀心的效果。於是，再從表 7 到表 10 中找線索，發現因為按照遊戲規則計算之後的結果都是 10 的倍數，當我們把個位數的 0 字遮住，發現剩下的數字會比心想的數大 2，如此一來只要 2 個步驟就能快速猜出玩家心想的數

五、結論：

- (一) 讀心術二的設計原理，運用了乘法的連乘、加和減相抵消，最後計算出的數字是 10 的倍數。只要把算出的答案遮住個位數的 0 字，再把剩下的數字減去 2，就能用 2 個小訣竅快速猜出玩家心中所想的數。

■讀心術之三～巧算生日

一、研究步驟：

讀心術三～巧算生日的遊戲規則：

請玩家把設想的生日月份乘以 2，加上 3，再乘以 50。然後加上生日日期，減去 150。把算出的答案說出來，由出題者來猜出玩家心中所設想的生日。

操作方法：

- 每人先想好家人或自己的生日，按照遊戲規則和小組內的老師、同學互猜幾次，並各自分別請託不同的人，再按照遊戲規則一起來玩這個遊戲。
- 將大家的算式列出，根據前面研究讀心術的經驗，討論、推想這個讀心術的原理。

二、整理結果如表 11：

表 11：大家合玩「讀心術三～巧算生日」記錄表（以 12 人為例）

生日	計算後的結果	生日	計算後的結果
6 月 4 日	$(6 \times 2 + 3) \times 50 + 4 - 150 = 604$	7 月 23 日	$(7 \times 2 + 3) \times 50 + 23 - 150 = 723$
6 月 12 日	$(6 \times 2 + 3) \times 50 + 12 - 150 = 612$	5 月 6 日	$(5 \times 2 + 3) \times 50 + 6 - 150 = 506$
12 月 8 日	$(12 \times 2 + 3) \times 50 + 8 - 150 = 1208$	9 月 12 日	$(9 \times 2 + 3) \times 50 + 12 - 150 = 912$
10 月 5 日	$(10 \times 2 + 3) \times 50 + 5 - 150 = 1005$	8 月 17 日	$(8 \times 2 + 3) \times 50 + 17 - 150 = 817$
1 月 23 日	$(1 \times 2 + 3) \times 50 + 23 - 150 = 123$	2 月 25 日	$(2 \times 2 + 3) \times 50 + 25 - 150 = 225$
4 月 5 日	$(4 \times 2 + 3) \times 50 + 5 - 150 = 405$	3 月 24 日	$(3 \times 2 + 3) \times 50 + 24 - 150 = 324$

三、整理表格後的小發現

- (一) 從表 11 中發現算出來的結果中，千位和百位數字合起來恰好代表生日月份，個位和十位數字合起來恰好代表生日的日期。
- (二) 在表 11 中可看出生日月份是兩位數時，計算出來的結果是四位數；生日月份是一位數時，計算出來的結果是三位數。
- (三) 利用倒推、解未知數的方法應該能找出這個讀心術的設計原理。

四、思考推演設計原理歷程

經過討論後，我們發現可以把它的計算過程轉換成下面的步驟來看：

y 代表生日月份，是 1~12 之間的數； x 代表生日日期，是 1~31 之間的數

把 $(y \times 2 + 3) \times 50 + x - 150$ 轉換看成 $y \times 2 \times 50 + 3 \times 50 + x - 150$

算式就變成 $y \times 2 \times 50 + 150 + x - 150$

前後的 150 加減相抵消，成為 $y \times 100 + x$

由於 $y \times 100$ 後，個位和十位數字一定都是 0， y 移到了百位和千位，因此只要看百位和千位數字就可猜出生日月份。而答案中的個位數和十位數字是透過加 x 的步驟得來的，所以只要看個位數和十位數字，就可猜出生日的日期。

五、結論：

- (一) 讀心術三～巧算生日的設計原理和 100 的倍數有關。設計者把生日月份乘以 100 的步驟拆成乘以 2 和乘以 50 兩個前後不同步驟，讓生日月份數字移到了百位和千位；接著再利用 $3 \times 50 - 150$ 前後加減相抵消的方式，讓後來加上去的生日日期出現在個位和十位，所以玩家不易看出它的原理。

■讀心術之四～猜年齡遊戲的研究

一、研究步驟：

讀心術四～猜年齡的遊戲規則：

請玩家把設想的年齡乘以 2，加上 5，再乘以 5。把算出的答案說出來，由出題者來猜出玩家心中所設想的年齡。

操作方法：

- 每人先想好家人或自己的年齡，按照遊戲規則和老師、同學互猜幾次。
- 將大家的算式列出，根據前面研究讀心術的經驗，討論、推想這個讀心術的原理。

二、整理大家的算式如表 12：

表 12：小組合玩「讀心術四～猜年齡遊戲」記錄表

原來的年齡	計算後的結果
11	$(11 \times 2 + 5) \times 5 = 135$
12	$(12 \times 2 + 5) \times 5 = 145$
49	$(49 \times 2 + 5) \times 5 = 515$
50	$(50 \times 2 + 5) \times 5 = 525$
44	$(44 \times 2 + 5) \times 5 = 465$

三、思考推演設計原理歷程

經過討論後，我們發現可以把它的計算過程轉換成下面的步驟來看：

用 y 代表年齡

把 $(y \times 2 + 5) \times 5$ 轉換看成 $y \times 10$ ，再加上 25。

因為 $y \times 10$ 後的個位數字一定是 0，加上 25 後，個位數字一定變成 5

把個位數的 5 遮住不看

算式可簡化看成 $y \times 10 - 20$ ，也就是 $(y - 2) \times 10$

所以只要遮住個位的 5，再把剩下的數字減 2 即可

四、結論：

- (一) 讀心術四～猜年齡遊戲的設計原理和 10 的倍數有關。只是設計者把乘以 10 的步驟拆成乘以 2 和乘以 5 兩個前後不同步驟，再加上一個固定的數字 25，讓玩家不易看出其中奧妙。但其實只要把算出的答案遮住最後個位數的 5 字，再把剩下的數字減去 2，就能用 2 個小訣竅快速猜出玩家的年齡。

不同讀心術設計原理的比較

一、研究步驟：

按照遊戲規則內容與計算步驟、如何猜中數字過程，比較出前面四種不同讀心術的差異，整理如表 13。

表13：四種不同讀心術設計原理的比較結果

讀心術種類 比較項目	吉普賽人讀心術	讀心術二	巧算生日	猜年齡遊戲
有沒有呈現圖案	有	沒有	沒有	沒有
遊戲規則有沒有限制使用幾位數	兩位數	沒有限制	在 1~31 間的數	約在 1~100 之間
遊戲規則的計算步驟數目	2 個步驟	4 個步驟	5 個步驟	3 個步驟
遊戲規則使用的算術方法	加和減	加、減和乘	加、減和乘	加和乘
遊戲規則的計算步驟是否能簡化	可以	可以	可以	可以
設計者如何猜中	只要猜中 9 的倍數的圖形就可以	直接猜出玩家心中想的數	直接猜出玩家設想的生日	直接猜出玩家設定的年齡
是否和倍數有關	和 9 的倍數有關	和 10 的倍數有關	和 100 的倍數有關	和 10 的倍數有關
猜中時所需的步驟數目	1 個步驟	2 個步驟	1 個步驟	2 個步驟

二、結論：

- (一) 上面四種不同的讀心術設計原理雖然不同，但遊戲規則的計算步驟都能簡化，因此和整數的簡化計算原理有關。
- (二) 四種讀心術的設計原理都和倍數有關，其中三種和容易計算的10或100的倍數有關。
- (三) 四種讀心術中，有三種的設計能直接猜中玩家設想的數字、年齡或生日；另一種則是透過猜測相同倍數數字的方式來設計，屬於間接猜中的方式。
- (四) 這四種讀心術遊戲規則的計算步驟都至少要 2 個步驟以上，這是為了讓玩家不會感覺到很容易就被猜中心想的數字。
- (五) 四種讀心術中，只有一種讀心術的遊戲規則沒有限制使用幾位數。
- (六) 讀心術的遊戲規則中常運用前後不同步驟中，加減互抵消或乘除互抵消的方法，好讓設計者能快速猜心。
- (七) 設計者要猜心時的步驟越少，猜中的速度越快，這四種讀心術最多只需要2個步驟就能快速猜心。

◎問題三：設計自己的讀心術遊戲時，要考慮哪些項目？

一、研究步驟：

- (一) 四個人根據前面研究讀心術所得到的結論內容，各自設計讀心術遊戲。
- (二) 先把設計好的讀心術遊戲和老師、小組同學互玩，互相提供修改意見。
- (三) 拿修改好的讀心術遊戲去找人測試，記錄下他們玩遊戲的反應。
- (四) 將四人各自設計的讀心術特性與測試結果整理在表格中，加以比較。

二、設計修改歷程與測試記錄：

(一) 第一人的設計修改歷程與測試記錄

修改歷程：

從 1 到 50 中選一個數， 乘以 2，除以 10	從 1 到 50 中選一個數， 乘以 8，乘以 5，再除以 10	從 1 到 50 中選一個數， 乘以 4，乘以 5，再除以 10
修改意見： 計算出來會變成小數，玩 家不好算。	修改意見： 玩家要乘以 8，不太好乘。	
修正 →	修正 →	
設計者：直接把玩家的計算結果除以 2，就能猜中。		

設計原理思考推演歷程

用 y 代表心想的數
 把 $yx4 \times 5 \div 10$ 看成是 $yx20 \div 10$
 透過乘除相抵消，只剩 $yx2$
 把算出的答案除以 2 即可

測試記錄如表 14：

表14：第一人設計讀心術的測試結果

對象	是否願意玩	玩遊戲中的反應	玩遊戲後的反應
成人	是	安安靜靜的	覺得我很厲害
國中生	是	一直忘記要乘以幾，除以幾	很淡定
成人	是	很冷靜	這麼厲害
小學生	是	很驚訝	怎麼可能
小學生	否	不玩的理由：要抄課文	
小學生	否	不玩的理由：要去打球	

(二) 第二人的設計修改歷程與測試記錄

修改歷程：

選一個一位數，先加 10，乘以 2，加 2，再乘以 2，然後加 1。

修改意見：
步驟中使用太多次 2，
玩家會弄不清是要加
2，還是乘 2。

修正
→

選一個數，先加 10，乘以 2，
再加 10

修改意見：
設計者必須透過先減 30，再
除以 2 的步驟才能猜中數
字。在猜數字時應儘量減少
使用除法的步驟。

再
修
正
→

選一個兩位數，乘以
10，除以 2，加 100 後，
再除以 5

設計者：只要把玩家的計算結果減去 20，就能猜中。

設計原理思考推演歷程

用 y 代表心想的數

把 $(y \times 10 \div 2 + 100) \div 5$ 看成 $(y \times 5 + 100) \div 5$

透過乘除相抵消，只剩 $y + 100 \div 5$ ，也就是 $y + 20$

把算出的答案減去 20 即可

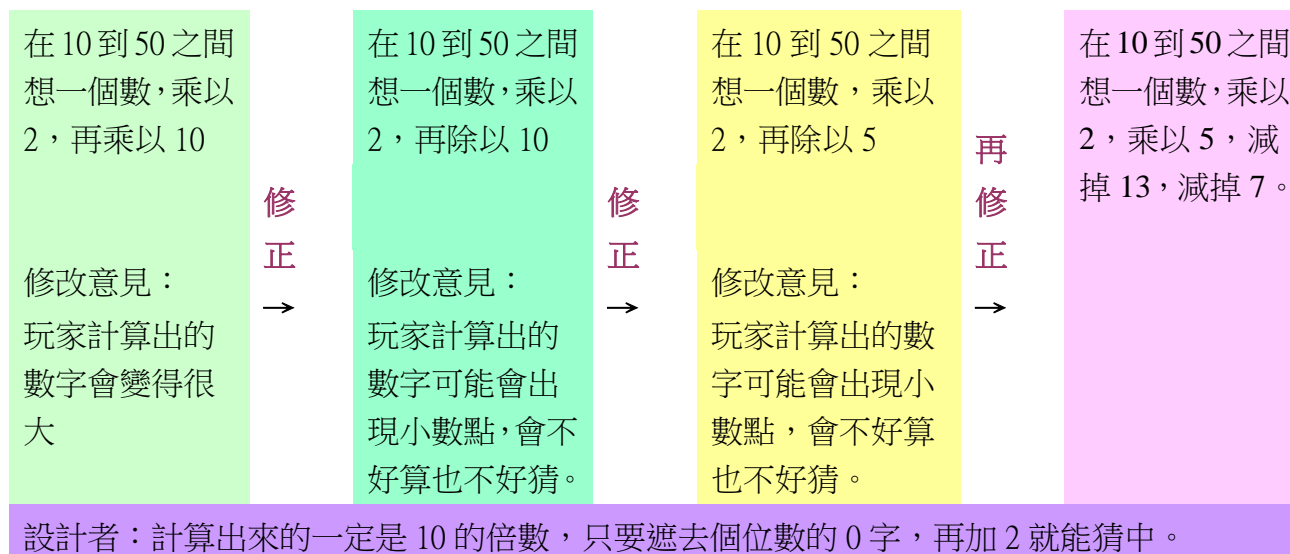
測試記錄如表 15：

表 15：第二人設計讀心術的測試結果

對象	是否願意玩	玩遊戲中的反應	玩遊戲後的反應
小學生	是	好多算式!	怎麼會這樣呢?
小學生	是	要用計算機。	為什麼都是乘以 2、.5、10
小學生	是	麻煩。	猜得好快。
小學生	是	好麻煩，那麼多算式。	你怎麼算那麼快?
小學生	是	有點無聊。	怎麼算的?
小學生	是	淡定。	一直笑。
小學生	是	這是你設計的嗎?	好厲害。
小學生	是	好多算式。	應該有先算好，對不對?
小學生	是	一直笑。	繼續笑。
成人	是	要計算一下。	有公式推算。

(三) 第三人的設計修改歷程與測試記錄

修改歷程：



設計原理思考推演歷程

用 y 代表心想的數
 把 $y \times 2 \times 5 - 13 - 7$ 看成 $y \times 10 - 20$
 再轉變成 $(y - 2) \times 10$ ，所以個位數字一定是 0
 把算出答案遮住個位數的 0 字，再把剩下的數字加 2 即可。

測試記錄如表 16：

表16：第三人設計讀心術的測試結果

對象	是否願意玩	玩遊戲中的反應	玩遊戲後的反應
小學生	是	思考的表情一直笑	很訝異
小學生	是	手一直比劃	很訝異
小學生	是	手一直比劃、一直笑	沒表情，之後一直笑
小學生	是	淡定	他說:【你好厲害，我甘拜下風。】
小學生	是	淡定	他說:【你好厲害！】
成人	是	沒什麼反應	問我說:【你怎麼算的？】
成人	是	一直笑	面帶微笑
小學生	是	無表情	沒什麼表情
小學生	是	手在比劃	他說:【教我怎麼做？】

(四) 第四人的設計修改歷程與測試記錄

修改歷程：

在1到30之間選一個數，乘以12，除以3，加10，再加3，最後減13	修正 →	在1到30之間選一個數，乘以12，除以3，加10，再加3，減14，最後加10	再修正 →	在1到50之間選一個數，先乘以2，再乘以6，除以4，加上3
修改意見： 最後面的加10，再加3，最後減13三步驟連續在一起，很容易被玩家識破。		修改意見： 步驟太多，而且玩家乘12不好乘。		
設計者：把算好的答案扣掉3，再除以3就可以了。				

設計原理思考推演歷程

用 y 代表心想的數
 把 $yx \times 2 \times 6 \div 4 + 3$ 看成 $yx12 \div 4 + 3$
 透過乘除相抵消，變成 $yx3 + 3$
 把算出答案扣掉3，再除以3即可。

測試記錄如表 17：

表17：第四人設計讀心術的測試結果

對象	是否願意玩	玩遊戲中的反應	玩遊戲後的反應
高中生	是	振筆直書	明白了
成人	不太願意	沒反應	無趣
成人	是	思索	就這樣喔？
小學生	是	一直問規則	最後還是忘了規則
小學生	是	疑惑	不知道是怎麼一回事
小學生	是	很認真	原來如此
小學生	是	有趣	拍手
小學生	是	鎮定	大叫大笑
小學生	不太願意	不耐煩	眼睛一亮

三、整理、比較四人設計讀心術如表 18：

表18：四人設計讀心術的比較結果

設計者 比較項目	第一人讀心術	第二人讀心術	第三人讀心術	第四人讀心術
遊戲規則有沒有限制使用幾位數	1~50 之間	兩位數	10~50 之間	1~50 之間
遊戲規則的計算步驟數目	3 個步驟	4 個步驟	4 個步驟	4 個步驟
遊戲規則使用的算術方法	乘和除	加、乘和除	減和乘	加、乘和除
遊戲規則的計算步驟是否能簡化	可以	可以	可以	可以
設計者如何猜中	直接猜出玩家心中想的數	直接猜出玩家心中想的數	直接猜出玩家心中想的數	直接猜出玩家心中想的數
是否和倍數有關	和 2、10 的倍數有關	和 5、10 的倍數有關	和 10 的倍數有關	和 3 的倍數有關
猜中時所需的步驟數目	1 個步驟	1 個步驟	2 個步驟	2 個步驟
測試人數	成人：2 國高中生：1 小學生：1 拒絕：2	成人：1 國高中生：0 小學生：9 拒絕：0	成人：2 國高中生：0 小學生：7 拒絕：0	成人：2 國高中生：1 小學生：6 拒絕：0
測試後反應	覺得很厲害：3 反應不熱烈：1 想探索原理：0	覺得很厲害：5 反應不熱烈：2 想探索原理：3	覺得很厲害：4 反應不熱烈：3 想探索原理：2	覺得很厲害：5 反應不熱烈：4 想探索原理：0

四、結論：

- (一) 雖然每人各自設計的讀心術都不同，但目的都是想讓玩家被迷惑，因此在訂遊戲規則時，會考慮把一個計算步驟分拆成兩個小步驟，或是把可以加減相抵消、乘除相抵消的步驟分散隱藏在計算過程的前後處。
- (二) 當設計者在設計時，除了要考慮如何以最少步驟能快速猜心外，也要考慮玩家的興趣。為了讓玩家有想嘗試的意願，又不能輕易發現規律，所以設計者會使用比較簡單的數字，但計算步驟稍微多一點。可是，若計算步驟太多，卻又不能引起玩家的興趣。
- (三) 在 32 位願意進行測試的玩家中，有 22 位在測試後對設計者表達「覺得你好厲害」或「想進一步知道原理」的反應，比其他反應較不熱烈的 10 人來得多，顯示我們設計的讀心術還是可以引起一些玩家的興趣。

伍、討論

◎問題一：「吉普賽人讀心術」是使用什麼原理設計的？

- (一) 這種讀心術採用圖形來呈現，並以電腦遊戲方式進行，比較能吸引玩家的興趣。
- (二) 若能對各種倍數的數字特性相當瞭解，就可以設計出這種間接猜中數字的讀心術。
- (三) 如果不限制只選用兩位數，而改選用三位數的話，推算出來的答案也是 9 的倍數（例如 $111 = 100 + 10 + 1$ ，再減去 $1 + 1 + 1$ 或是 $100a + 10b + c - a - b - c$ ）。可是，設計者怕玩家因為數字較大、計算麻煩而不願意玩，所以選擇使用兩位數來進行遊戲。

◎問題二：不同的讀心術遊戲設計原理都相同嗎？有什麼差異？

- (一) 有些讀心術會為了讓玩家計算步驟不要太複雜而限制選用數字的大小，但是我們發現多數的玩家本身選用較大數字的機率不高，因此有些讀心術並沒有限制使用幾位數。
- (二) 讀心術的遊戲規則中會把加、減、乘、除等算法混合使用。但對玩家來說，要在心裡計算乘或除是比較困難的，所以用來乘或除的數字不能太大。
- (三) 這次的研究中，我們只研究了四種不同的讀心術，可是應該還有其他不同設計的讀心術，值得我們日後再做更進一步的探討。

◎問題三：設計自己的讀心術遊戲時，要考慮哪些項目？

- (一) 在找人進行讀心術測試的過程中，其實被拒絕了不少次。為什麼大家都不太想玩這樣的遊戲呢？經我們討論後，認為可能是因為他本身害怕數學、覺得要計算很麻煩，或是怕被人戲弄。
- (二) 在進行測試過程中，我們發現常有玩家不斷發出：「規則是什麼？」的疑問。經過檢討後，才知道我們一次就把所有的遊戲規則從頭到尾唸給玩家聽，沒有以文字呈現，第一次玩的人當然無法記住全部的遊戲規則，應該把遊戲規則分段唸給玩家聽。
- (三) 若是我們設計的讀心術也能像吉普賽人讀心術一樣，採用圖形來呈現，並以電腦遊戲方式進行，應該能吸引更多玩家的興趣。
- (四) 到底給玩家的計算步驟要設計在幾個步驟之內，才能讓玩家願意玩遊戲，又不會覺得計算太多、太麻煩，值得我們以後再做進一步的探討。
- (五) 以後要請人測試自己設計的讀心術時，可以多找不同年齡的人，不要集中找小學生來測試。
- (六) 設計讀心術時，要從兩方面思考，除了要從讓設計者能快速猜心的角度思考外；也要從玩家的角度思索，讓計算步驟不要太多、數字簡單容易運算，在這兩方面間取得平衡，才能設計出吸引人的讀心術。

陸、結論

- (一) 「吉普賽人讀心術」的遊戲規則，透過加和減相抵消，可簡化成『只要算出幾個十減去十位數字的差』、『用十位數字乘以 9』，所計算出來一定是 9 的倍數，所以設計者便把 9 的倍數的圖形都設計成是相同的。但為了擾亂玩家，每次 9 的倍數所出現的圖形不同，也讓非 9 的倍數數字出現與答案相同的圖形。
- (二) 本研究所探討的四種讀心術的設計原理雖然不同，但遊戲規則的計算步驟都能簡化，常運用前後不同步驟中，加減互抵消或乘除互抵消的方法，好讓設計者能快速猜心。因此讀心術的設計和整數的簡化計算原理有關，也和倍數有關。
- (三) 設計讀心術時需考慮兩方面，一是設計者必須利用少數的步驟快速猜中數字，二是讓玩家的計算步驟不能太複雜，使用的數字大小要能方便計算。
- (四) 在 32 位願意進行測試的玩家中，有 22 位在測試後對設計者表達「覺得你好厲害」或「想進一步知道原理」的反應，比其他反應較不熱烈的 10 人來得多，顯示我們設計的讀心術還是可以引起一些玩家的興趣。

柒、參考資料及其他

- 1.南一書局(2010)。國民小學數學教科書第十冊。台南市，南一書局。
- 2.南一書局(2011)。國民小學數學教科書第九冊。台南市，南一書局。
- 2.約翰·班納著，謝靜雯譯(2002)。MENZA 數學小天才。新北市，稻田出版有限公司。
- 3.張榮和、呂虹毅(2008)。神秘水晶球。北區國中「數學遊戲與思維策略在教學上的運用」工作坊-作品 2。取自：<http://mathseed.ntue.edu.tw/resoures/96/9703-9705-2.pdf>
- 4.黃敏晃(2013)。另類數學教室。台北市，天下遠見出版股份有限公司。
- 5.蔡聰明(2011)。從算數到代數之路；讓 X 噴出，大放光明。台北市，三民書局。
- 6.魏子超（2012）。神奇讀心球。100 學年度北區跨縣市國中「數學遊戲教學活動與工作單設計」工作坊作品彙編-作品 7。取自：<http://mathseed.ntue.edu.tw/0 北區國中 07.pdf>
- 7.羅勃·伊斯威著，陳品秀譯(2009)。幾隻襪子湊一雙？：生活中超級有趣的 12 個數學謎題。台北市，城邦文化。

捌、心得

這次讀心術的研究，讓我覺得數學真的很有趣，千變萬化。在了解讀心術的原理後，我們試著發揮創意，設計屬於自己的讀心術，發現自己也可以把同學玩得一頭霧水，這是一種需要用頭腦思考來尋找、破解規律的遊戲，歡迎來試試。

【評語】 080409

應用所學的數學知識來解決遊戲所引發的相關問題，並進而自行設計讀心術，值得嘉許。惟數學的內容可再深化，將可提升作品的整體深度。